الدورة الإستثنائية للعام 2009	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل : اربع

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات0

- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 points)

Le tableau suivant montre la relation entre le nombre d'années d'expérience et le salaire mensuel, en centaines de milliers de LL, des employés d'une compagnie.

(Nombre d'années d'expérience) : X_i	2	4	6	8	10
(Salaire en centaines de milliers de LL.) : Y_i	4,5	6	9	10	12

1) Calculer les moyennes $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ des deux variables X et Y respectivement.

2) Représenter graphiquement le nuage de points (X_i ; Y_i) ainsi que le point moyen $G(\bar{X};\bar{Y})$ dans un repère orthogonal.

3) Déterminer une équation de la droite de régression $D_{Y/X}$ de y en x et tracer cette droite dans le repère précédent.

4) On suppose que le modèle précédent reste valable pendant 20 ans.
 a- Estimer le salaire d'un employé qui a 15 années d'expérience.
 b- Un employé commença à travailler dans cette compagnie à l'âge de 25 ans.
 A quel âge son salaire sera 2 000 000LL?
 c-A l'âge de 44 ans, cet employé commence un plan d'épargne en déposant dans une banque à la fin de chaque mois une somme de 500 000 LL. Le taux d'intérêt annuel est de 6% avec capitalisation mensuelle.
 Calculer le montant total dont il disposera à la retraite après 20 ans.

II- (4 points)

Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 1600$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 1,05\, U_n - 40$,
et soit (V_n) la suite définie par: $V_n = U_n - 800$.

1) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

2) Calculer V_n en fonction de n. En déduire U_n en fonction de n.

3) Soient $T = V_0 + V_1 + ... + V_{10}$ et $S = U_0 + U_1 + ... + U_{10}$. Calculer T et en déduire S.

4) Le l^{er} octobre 2006, le nombre d'étudiants d'un établissement était 1600.
 Chaque année, avant le l^{er} octobre le nombre des étudiants augmente de 5 % et 40 étudiants quittent définitivement cet établissement.
 a- Préciser le nombre des étudiants dans cet établissement au l^{er} octobre 2007.
 b- 50 % des étudiants de l'établissement sont au cycle primaire .
 Sachant que le nombre d'étudiants dans une classe est 30, que sera le nombre de classes au cycle primaire le l^{er} octobre 2011 ?

III- (4 points)

Afin d'encourager les élèves à lire, un enseignant utilise deux urnes A et B telles que :
L'urne A contient 6 boules blanches et 5 boules rouges.
L'urne B contient 4 boules rouges et 7 boules vertes.
Il propose le jeu suivant:
L'élève tire au hasard une boule de l'urne A.

- Si la boule tirée est blanche l'élève ne reçoit rien.

- Si la boule tirée est rouge, l'élève tire au hasard une boule de l'urne B.
  - si elle est rouge, l'élève reçoit 10 livres.
  - si elle est verte, il tire sans remettre la boule dans B, une autre boule de B. Si cette dernière boule est rouge, il reçoit 5 livres, sinon il ne reçoit rien.

On considère les événements suivants :
F : « L'élève reçoit 10 livres ».
E : « L'élève reçoit 5 livres ».
N : «L'élève ne reçoit rien ».

1) Quelle est la probabilité de l'événement : « l'élève ne reçoit rien au tirage de l'urne A »?

2) Calculer la probabilité p(F) et montrer que $p(E) = \frac{14}{121}$.

3) Calculer p(N).

4) On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de livres reçus par l'élève.
Déterminer l'espérance mathématique E(X).

IV- (8 points)

A- Soit f la fonction définie sur $[\, 0 \,;\, +\infty \,[$ par $f(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) Montrer que $f'(x) = (-2x + 1)\, e^{-x}$.

3) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4) Calculer f (2) et f (3) à 10^{-2} près.

5) Tracer (C).

B- La fonction de demande d'un certain article est modélisée, en milliers d'articles, par $f(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$ où x est le prix d'un article exprimé en milliers de LL. $(0,5 \leq x \leq 10)$.

1) Déterminer la demande lorsque le prix d'un article est 3 000 LL.

2) Déterminer l'élasticité de la demande en fonction du prix.

3) La demande est-elle élastique pour x =2 ? Justifier la réponse.
Donner une interprétation économique au résultat trouvé.

4) La direction de l'usine qui produit cet article a remarqué que l'offre est modélisée par la fonction h définie sur [0,5 ; 10] par $h(x) = (3x - 1)\, e^{-x}$ .Cette direction a besoin de stocker une certaine quantité pour la haute saison.
Quels sont les prix qui réalisent la condition $h(x) > f(x)$?