<table>
<tr><td>دورة سنة 2009 العادية</td><td>امتحانات الشهادة الثانوية العامة
فرع الإجتماع والإقتصاد</td><td>وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية
دائرة الامتحانات</td></tr>
<tr><td>الاسم:
الرقم:</td><td>مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعتان</td><td>عدد المسائل: اربع</td></tr>
</table>

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (4 points)

Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires y_i exprimés en **milliards** de LL d'une entreprise durant six années consécutives :

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i	150	180	200	225	265	300

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points (x_i ; y_i) associé à cette série.

2) Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série et placer ce point dans le même repère.

3) Déterminer une équation de la droite de régression ($D_{y/x}$) de y en x.
Tracer cette droite dans le repère précédent.

4) On suppose que l'évolution du chiffre d'affaires suit le même modèle jusqu'en 2015.
a- Quel est le chiffre d'affaires en 2010 ?
b- A partir de quelle année le chiffre d'affaires de cette entreprise dépassera-t-il pour la première fois 450 milliards de LL ?

II- (4 points)

Une usine produit des montres. Avant d'être proposée à la vente, chaque montre subit un test.
Si le test est positif, c'est-à-dire si la montre fonctionne bien, elle sera proposée à la vente.
Si le test est négatif, la montre sera réparée avant de subir un autre test. Si ce dernier est positif, elle sera proposée à la vente, sinon elle sera détruite.
On a constaté que :

- pour **80%** des montres le 1^{er} test est positif ;
- pour **60%** des montres **réparées** le second test est positif.

On choisit au hasard une montre de la production .

1) Démontrer que la probabilité qu'elle soit détruite est 0,08.

2) Déterminer la probabilité qu'elle soit proposée à la vente.

3) Le coût de production d'une montre est de 40 000LL avec un supplément de10 000LL si elle a besoin de réparation.
Chaque montre est vendue à 70 000LL.
Soit X la variable aléatoire égale au **profit** réalisé par l'usine pour la vente d'une montre.
a- Vérifier que les trois valeurs possibles de X sont : – 50 000 ; 20 000 et 30 000.
b- Déterminer la loi de probabilité de X.
c- Calculer l'espérance mathématique E(X).
d- On suppose que la production quotidienne est de 50 montres. Estimer le profit quotidien de l'usine.

III- (4 points)

Une usine a produit 3500 tonnes de ciments, au cours de l'année 1990.
La production a ensuite diminué régulièrement de 15% par an jusqu'à la fin de l'année 2000.
On note U_n la production en tonnes de cette usine au cours de l'année (1990 + n), ainsi $U_0 = 3500$.

1) Vérifier que $U_1 = 2975$ et calculer U_2.

2) a- Montrer que la suite (U_n) est géométrique et déterminer sa raison.
b- Exprimer, pour $n \leq 10$, U_n en fonction de n et calculer la production de cette usine au cours de l'année 2000.

3) Après l'année 2000, la production de cette usine augmente régulièrement de 15% par an.
a- Calculer U_{11}.
b- Sachant que $U_n = 3500 \times (0,85)^{10} \times (1,15)^{n-10}$ pour $n \geq 11$.
A partir de quelle année, la production annuelle de l'usine sera-t-elle supérieure ou égale à celle de l'année 1990 ?

IV- (8 points)

Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = (x-1)e^{-x} + 1$.

A-

1) a- Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et calculer g(0) et g(2).
b- Vérifier que $g'(x) = (2-x)e^{-x}$ et dresser le tableau de variations de g.
c- Montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \geq 0$.

2) Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x + 1 - xe^{-x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
a- Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C).
b- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (C) et (d) et démontrer que pour $x>0$, (C) est au dessous de (d).
c- Montrer que $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
d- Tracer (d) et (C).

B-

Une entreprise industrielle fabrique chaque semaine x **centaines** d'objets ($0 \leq x \leq 9$).
Le coût total de fabrication de ces x **centaines** d'objets est donné par $f(x) = x + 1 - xe^{-x}$ exprimé en **millions** de LL.

1) Déterminer les coûts fixes de l'entreprise en une semaine.

2) Déterminer le coût marginal de la production de x centaines d'objets.

3) Calculer le coût marginal pour une production de 700 objets et donner une interprétation économique de la valeur obtenue.

4) Pour quelle production le coût marginal est-il maximal ?
Calculer dans ce cas le coût total en une semaine.