دورة سنة 2008 الاكمالية الاستثنائية	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل : اربع

إرشادات عامة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 points)

La consommation d'essence y, d'une voiture qui parcourt 100km, est donnée en fonction de sa vitesse x par le tableau suivant :

x (en km /h)	80	90	120	150
y (en litres)	5	5,5	8,4	12

1) Représenter le nuage de points (x_i, y_i) dans un repère orthogonal.

2) Calculer les moyennes $\overline{x}$ et $\overline{y}$. Placer le point moyen G dans le repère précédent.

3) Déterminer une équation de la droite de régression $D_{y/x}$ de y en x et tracer cette droite dans le même repère.

4) Estimer la consommation d'essence de la voiture pour parcourir 100 km à une vitesse de 85 km/h.

5) A partir de quelle vitesse la consommation d'essence de la voiture est-elle supérieure à 10 litres pour parcourir 100 km ?

II- (4 points)

Un club sportif propose deux types d'abonnements.

Type **A** : un droit d'entrée pour la première année seulement de 1 million de LL et une cotisation annuelle de 300 000 LL après la première année.

Type **B** : une cotisation annuelle de 500 000 LL pour la première année et qui augmente chaque année de 10% après la première année.

1) Montrer que :
   a- La somme totale T_n versée par l'abonné pendant les n premières années avec le type **A** est :
   $T_n = 700\,000 + 300\,000\, n$.
   b- La cotisation de l'abonné avec le type **B** à la $(n + 1)^{\text{ième}}$ année, notée C_{n+1}, est :
   $C_{n+1} = 1{,}1\, C_n$.

2) Répondre par vrai ou faux en justifiant les réponses :
   a- Pour tout entier naturel n non nul, la suite (C_n) est arithmétique de raison 1,1.
   b- Pour tout entier naturel n non nul, $C_n = 500\,000 \times (1{,}1)^{n-1}$.
   c- La somme S_n versée au club par l'abonné avec le type **B** pendant les n premières années est :
   $S_n = 5\,000\,000 \times [(1{,}1)^{n-1} - 1]$ avec n non nul.
   d- Le type **A** est plus avantageux pour l'abonné pour les trois premières années.

III- (4 points)

A- Une urne U contient **4** boules rouges, **1** boule bleue et **3** boules vertes. On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne.

1) Montrer que la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur est égale à $\frac{9}{28}$.

2) Calculer la probabilité d'obtenir :
   a- Au moins une boule rouge.
   b- Exactement une boule verte.

B-

La direction d'une école organise entre ses élèves le jeu suivant :
Un participant au jeu tire, au hasard et simultanément, **deux boules** de l'urne U puis il les remet dans l'urne et tire de nouveau, au hasard et simultanément, deux boules de l'urne.
Si les deux boules tirées, au même tirage, sont de même couleur le participant reçoit 7 points, sinon il reçoit 5 points.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme des points reçus par le participant aux deux tirages.

1) Déterminer la loi de probabilité de X.

2) Calculer l'espérance mathématique E(X).

IV- (8 points)

On donne la fonction f définie sur] 0; +∞ [par : $f(x) = 2x + \ln\left(\dfrac{2x}{2x+1}\right)$.

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

A-

1) a- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote à (C).

b- Vérifier que $\dfrac{2x}{2x+1} < 1$ et déduire que (C) est au- dessous de (D).

2) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et en déduire une asymptote à (C).

3) Vérifier que $f'(x) = 2 + \dfrac{1}{x(2x+1)}$ et dresser le tableau de variations de f .

4) Tracer (D) et (C).

B-

Une étude du marché a montré que :
La quantité d'objets produits par une entreprise est modélisée par la fonction f.
La quantité d'objets demandés à cette entreprise est modélisée par la fonction g donnée par g(x) = 2x +1.
C'est-à-dire, pour une date x exprimée en semaines ($1 \leq x \leq 10$) , f (x) est la quantité d'objets produits par cette entreprise exprimée en milliers et g(x) est la quantité d'objets demandés exprimée en milliers.

1) On dit que « demande est satisfaite à la date x » si $f(x) \geq g(x)$.
Montrer que la demande n'est jamais satisfaite.

2) On admet que le nombre total d'objets, en milliers, dont la demande n'est pas satisfaite entre deux dates n et m est donné par $\int_n^m [g(x) - f(x)]dx$.

a- Soit H la fonction définie sur] 0; +∞ [par $H(x) = x - x\ln 2x + \frac{1}{2}(2x+1)\ln(2x+1)$.
Montrer que H(x) est une primitive de g(x) –f(x).

b- Calculer le nombre total d'objets dont la demande n'est pas satisfaite entre les deux dates 1 et 5 ?