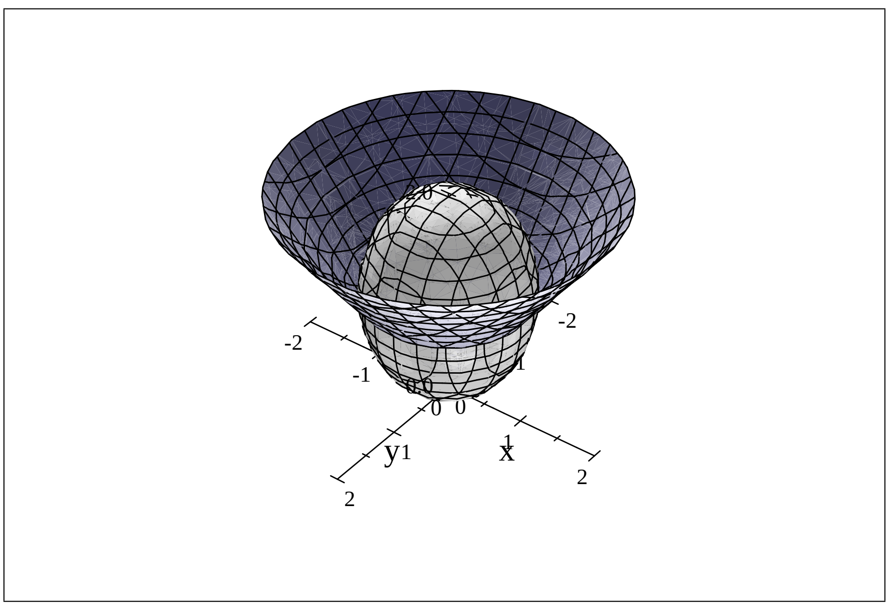
1. Définir et tracer chacune des surfaces suivantes:
   (a) $2x^2 + 3y^2 - 8x + 12y + 3z + 23 = 0$
   (b) $x^2 - 2y^2 = 4z^2$
   (c) $y^2 = 4x$
   (d) $2x^2 - y^2 + 2z^2 - 2y - 3 = 0$

---

2. Calculer
$$I = \iiint_D z\cos(x^2 + y^2)dxdydz$$
où $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ \mid \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ et } \ z \geq 0\}$

---

3. Calculer le volume du domaine D de $\mathbb{R}^3$ limité par:
$$x^2 + y^2 + z^2 = 2z \quad \text{et} \quad x^2 + y^2 = z^2 \text{ et tel que le point } (0, 0, 1) \notin D$$
en utilsant:
   (a) les coordonnées cylindriques
   (b) les coordonnées sphériques



---

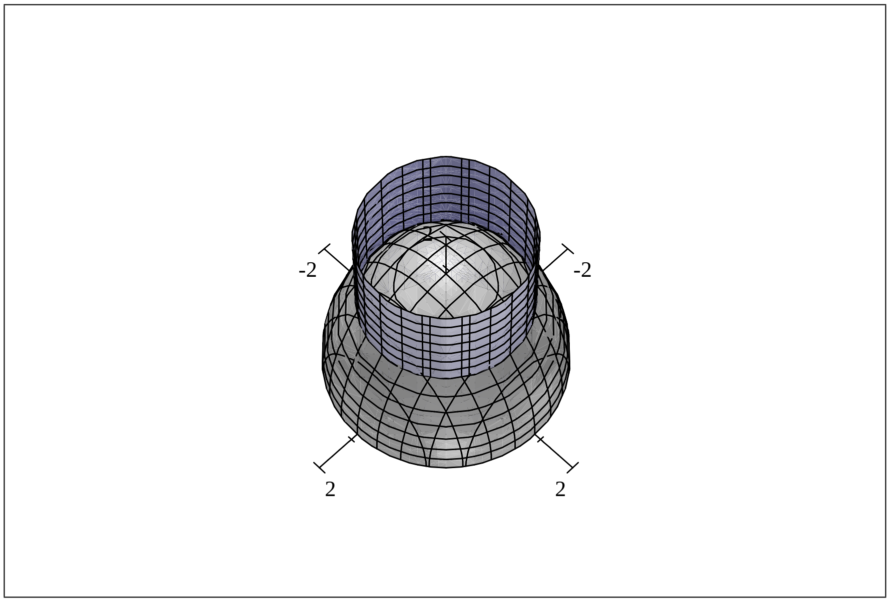
4. Soit D le domaine de $\mathbb{R}^3$ limité par:
$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \qquad z = -\frac{1}{2}, \quad z = \frac{1}{2}$$
Trouver le volume de D en utilisant deux méthodes dont l'une se base sur les coordonnées sphériques.

---

5. Soit $I = \int\int\int_V (x^2+y^2)dxdydz$ où V est un domaine de $\mathbb{R}^3$ défini par:

V est le domaine limite par la sphere $x^2+y^2+z^2=2$ et le cylindre $x^2+y^2=1$ telque $z \geq 0$ (fig-1-)

Calculer I, en utilisant les coordonnées sphèriques.



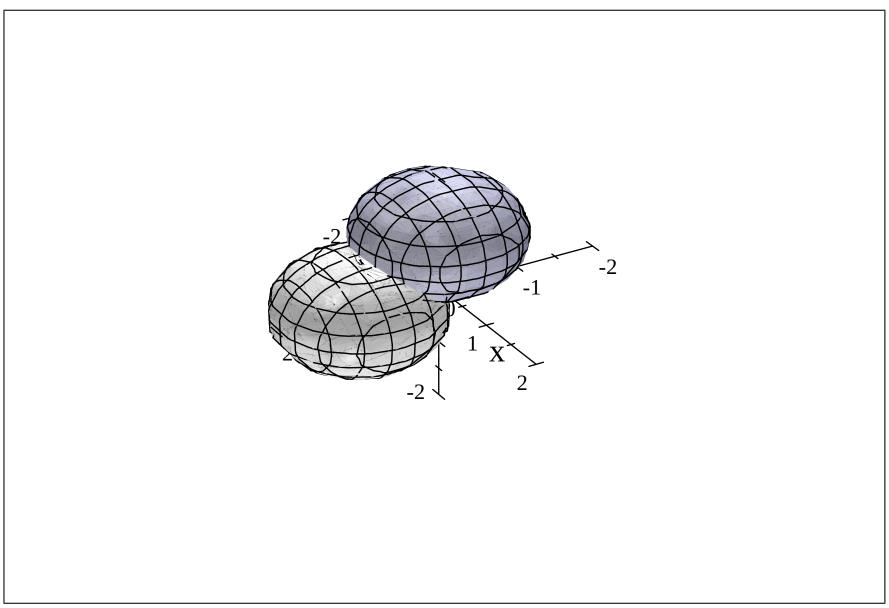
---

6. Calculer le volume du domaine (D) dans les cas suivants:

   (a) (D) est le domaine de $\mathbb{R}^3$ limité par les cylindres $x^2+y^2=x$, le plan (xOy) et le plan $y+z=3$.

   (b) (D) est le domaine limité par:

$$\begin{cases} x^2+y^2+(z-1)^2=1 \\ (x-1)^2+y^2+z^2=1 \end{cases}$$



---

7. On considère le domaine (D) de $\mathbb{R}^3$ défini par:

$$\begin{cases} z \geq x^2 + y^2 \\ z \leq 8 - (x^2 + y^2) \end{cases}$$

Evaluer $\iiint\limits_D x dx dy$

---

8. Calculer $I = \int\int\limits_D\int f(x,y,z)dxdydz$ dans les cas suivants

   (a) D est limité par $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1; \quad f(x,y,z) = (x+y+z)^2$

   (b) D est défini par: $0 \leq y \leq 1 - x^2$ et $|x + y + z| \leq 1; \quad f(x,y,z) = x^2 y$

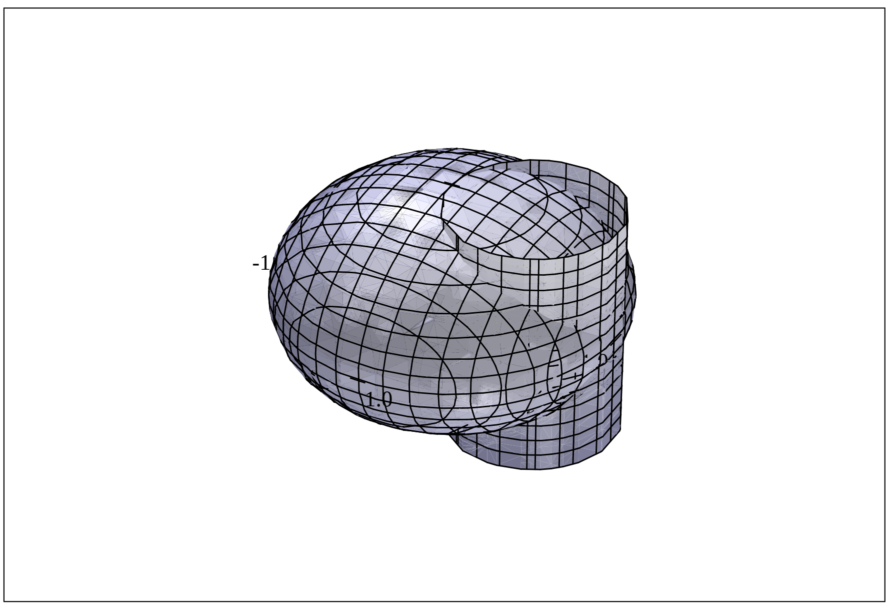
   (c) D est limité par $x \geq 0, y \geq 0; \geq 0$ et la sphère unité; $f(x,y,z) = xyz$.

---

9. Calculer le volume $V = \int\int\limits_D\int dxdydz$ des ensembles D suivants de $\mathbb{R}^3$:

   (a) Secteur sphérique,limité par la sphère de centre O et de rayon R et le demi-cône supérieur de sommet O et d'angle 2α

   (b) Partie limitée par la sphère de centre O et de rayon 1 et le cylindre d'équation $x^2 + y^2 - y = 0$ (Fenêtre de Vivani)



   (c) Partie limitée par la sphère de centre O et de rayon 5 et le demi cône supérieur de sommet $\Omega(0,0,1)$ et d'angle $2\alpha = \frac{\pi}{2}$

   (d) Partie limitée par le cylindre $x^2 + y^2 = a^2$ et l'hyperboloïde $x^2 + y^2 - z^2 = -a^2 \quad (a > 0)$

   (e) Partie limitée par la surface

$$(\frac{x}{a})^{2/3} + (\frac{y}{b})^{2/3} + (\frac{z}{c})^{2/3} = 1$$

   en utilisant le changement de variables

$$x = a\rho(\cos\theta\cos\phi)^3, y = b\rho(\sin\theta\cos\phi)^3, z = c\rho(\sin\phi)^3,$$

   où $(\rho, \theta, \phi) \in]0,1[\times] - \pi, \pi[\times] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
