Institut des Sciences Appliquées et Économiques

ISAE – Cnam Liban

Centre du Liban Associé au CNAM de Paris

Date: 09 Mai 2012 – Durée: 2 h 00

2nd semestre

2011 – 2012

Sujet coordonné par: ***Ibrahim Ismail.***

Proposé pour les centres d'enseignement de: Beyrouth – Baalbek – Ghazza – Tripoli – Bickfaya – Baaklin – Nahr Ibrahim.

Langue de l'examen : Français

Calculatrice non programmable autorisée. Documents non autorisés.

Examen Partiel :

Applications de l'analyse à la géométrie, initiation à l'algèbre linéaire – MVA 006

Consignes particulières aux candidats: *Le sujet comporte 2 pages. Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en considération. La rigueur et la clarté de votre rédaction entreront pour une part importante dans l'évaluation de la copie. Les exercices pourront être traités dans l'ordre de votre choix.*

Exercice 1: (6 points)

Soit f la fonction de deux variables réelles définie par : $f(x,y)=\begin{cases} y^2\sin(\frac{x}{y}) & \text{si} \quad y\neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad y=0 \end{cases}$

1-Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}^2$.

2-Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0,0)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0,0)$ où $x_0\in\mathbb{R}$.

3-Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ pour tout couple $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ tel que $y\neq 0$.

4-Montrer que $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)=0$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(0,0)=1$. Que peut-on en conclure concernant la continuité des dérivées partielles secondes de f ?

5-Déterminer le développement de Taylor-Young à l'ordre 2 de f au point $(\pi,1)$.

En déduire une équation du plan tangent (P) à la surface (S) de f au point$(\pi,1,0)$.

Exercice 2: (6 pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ par: $f(x,y)=e^{xy^2-6xy+3x^3}$

1-Déterminer les 4 points critiques de f.

On note A celui qui a la plus petite ordonnée et B celui qui a la plus grande abscisse.

2-Préciser la nature des points A et B (maximum, minimum, point de selle) pour la fonction f.

3-f admet-elle des extrémums globaux (absolus) ?

<u>Exercice 3:</u> (8 pts)

Calculer les intégrales doubles suivantes:

a) $I = \iint_D x^2(y+1)dxdy$ où D est le domaine limité par le triangle ABC avec A(0,1), B(0,-1) , C(1,0)

b) $J = \iint_D e^{-(x+y)}\, dxdy$ où $D = \{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 :\ 0\le x,\ \ 0\le y,\quad x+y\le a\,\}$ où a est une constante réelle > 0

c) $K = \iint_D \cos(\frac{x}{y})\, dxdy$ où $D = \{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 :\ \ y > \frac{x}{\pi},\ \ x > y^2\}$

d) $L = \iint_D \frac{y}{1+y^2}\, dxdy$ où $D = \{\,(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x\ge 0,\ y\ge 0,\quad x^2+y^2\le 1\,\}$

e) $M = \iint_D \sqrt{x^2+y^2}\, dxdy$ où $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2-2y\ge 0,\ \ x^2+y^2-1\le 0,\quad x\ge 0,\ \ y\ge 0\}$